Universidade Federal de Rondônia **Departamento de Física**
Física Matemática I
2019/1 **AlunX:** ______________________
Data: 25/02/2019
Duração da prova: 4h Professor: Ariel Adorno de Sousa

---

1. (3.0 points) Calcule o gradiente e o Laplaciano das funções abaixo.
   (a) $f(x,y,z) = sin^2(2xz) + 3z^2\sqrt{tan(xyz)}$
   (b) $f(\rho,\theta,z) = \dfrac{\theta^2 z^3}{\rho^4}$
   (c) $f(r,\theta,\phi) = r^2 sin(\theta\phi)cos(\phi) + r^2 sin(2\theta)tan(\phi)$

2. (3.0 points) Calcule o divergente e o rotacional das funções abaixo.
   (a) $\vec{f}(x,y,z) = 4xyz\hat{i} - \dfrac{3z^2}{y}\hat{j} + cosx\hat{k}$
   (b) $\vec{f}(\rho,\theta,z) = \dfrac{\rho}{z}\hat{\rho} + sen\theta\hat{\theta} - \rho z\hat{k}$
   (c) $\vec{f}(r,\theta,\phi) = \dfrac{r^3}{ln\theta}\hat{r} + 2cos\phi\hat{\theta}$

3. (1 point) Mostre que $(x+iy)^n(x-iy)^n = (x^2+y^2)^n$

4. (1 point) Represente graficamente os números complexos: z_1, z_2, $z_1 z_2$ e z_1/z_2
   (a) $z_1 = 5 + 2i$; $z_2 = \dfrac{5-3i}{\sqrt{2}}$
   (b) $z_1 = \dfrac{2+3i\sqrt{2}}{3}$; $z_2 = \dfrac{\sqrt{5}+2i}{3}$

5. (1.0 points) Usando o teorema de Cauchy-Riemann, mostre as derivadas cruzadas para as funções abaixo são verdadeiras:
   (a) $f(z) = z^2$
   (b) $f(z) = i(z+i)^2$

6. (1.0 points) Calcule as integrais abaixo:
   (a) $g(z) = z^2$, $\gamma = [2,4];[0,2]$
   (b) $g(z) = e^z$, $\gamma = [0,1];[0,3]$

7. (2.0 points) [bonus] Mostre que o operador gradiente em coordenadas cilíndricas pode ser escrito como: $\nabla = \hat{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\rho} + \dfrac{\hat{\theta}}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\theta} + \hat{k}\dfrac{\partial}{\partial z}$ e aplicado a uma função escalar: $\nabla\Phi = \hat{\rho}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\rho} + \dfrac{\hat{\theta}}{\rho}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\theta} + \hat{k}\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$

[1]

---

[1] *Um cavalo morto é um animal sem vida.*