

1. (2.0 points) Em cada um dos problemas abaixo, encontre a função $y = f(x)$ que satisfaz a equação diferencial e a condição inicial prescrita:

(a) $\frac{dy}{dx} = 2x + 1; y(0) = 3$

(b) $\frac{dy}{dx} = (x + 2)^{1/2}; y(2) = -1$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2 + 1}; y(0) = 0$

(d) $\frac{dy}{dx} = xe^{-x}; y(0) = 1$

2. (2.0 points) Suponha que o sódio pentobarbital é usado para anestesiá-lo um cachorro. O cachorro está anestesiado quando a concentração de sua corrente sanguínea contém pelo menos 45 miligramas (mg) de sódio pentobarbital por quilo de peso do cachorro. Suponha também que o sódio pentobarbital é eliminado exponencialmente da corrente sanguínea do cachorro com uma **meia-vida** de cinco horas. Que dose única deveria ser administrada de modo a anestesiá-lo um cachorro de 50 quilos por uma hora?

3. (2.0 points) De acordo com uma teoria cosmológica, havia iguais quantidades dos dois isótopos de urânio ^{235}U e ^{238}U na criação do universo, no *bing bang*. Atualmente há 137,7 átomos de ^{238}U para cada átomo de ^{235}U . Usando as meias-vidas de $4,51 \times 10^9$ anos para o ^{238}U e $7,1 \times 10^8$ anos para o ^{235}U , calcule a idade do universo.

4. (2.0 points) Usando o método das equações lineares de primeira ordem, resolva os problemas abaixo:

(a) $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 3xy = 6x; y(3) = 6$

(b) $x^2 \frac{dy}{dx} + xy = e^x; y(0) = -2$

(c) $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy; y(0) = 0$

(d) $(x^2 + 4) \frac{dy}{dx} + 3xy = x; y(0) = 1$

5. (2.0 points) Verifique se as equações $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são soluções para as equações diferenciais abaixo, e encontre os valores das condições iniciais:

(a) $y'' - 10y' + 25y = 0; y_1 = e^{5x}, y_2 = xe^{5x}; y(0) = 3, y'(0) = 13$

(b) $x^2y'' - xy' + y = 0; y_1 = \cos(\ln(x)), y_2 = \sin(\ln(x)); y(1) = 2, y'(1) = 3$

(c) $y'' + y' - 6y = 0; y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-3x}; y(0) = 7, y'(0) = -1$

(d) $y'' - 2y' + 2y = 0; y_1 = e^x \cos(x), y_2 = e^x \sin(x); y(0) = 0, y'(0) = 5$