

1. Sabendo que a função de Bessel de primeiro tipo e de ordem ν , pode ser descrita como:

$$J_\nu(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+\nu)!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2n+\nu},$$

Prove que a $\frac{d}{dz} J_0(z) = -J_1(z)$.

2. Prove que $\frac{d}{dz} z^\nu J_\nu(z) = z^\nu J_{\nu-1}(z)$.

3. A equação de Bessel de ordem zero é a equação:

$$z^2 \frac{\partial^2 y(z)}{\partial z^2} + \frac{\partial y(z)}{\partial z} + z^2 y(z) = 0,$$

verifique que z_0 é um ponto singular regular da equação dada acima, e que as raízes da equação indicial são $r_1 = r_2 = 0$ e que:

$$J_0(z) = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{z}{2}\right)^{2n}$$

é uma solução definida para $x > 0$. A função $J_0(z)$ é chamada de Bessel de primeira espécie e ordem zero.

4. Obtenha a expansão em série de potência para $J_0(z)$ no ponto $z = 0$
5. Obtenha a expansão em série de potência para $J_1(z)$ no ponto $z = 0$