

1. (2 points) Encontre o valor de x para os quais a série de potências é convergente.

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n x^n}{n 3^n}$

(b) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$

2. (2 points) Mostre que a série de Maclaurin é um caso particular da série de Taylor, partindo de $F(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n x^n$

3. (1 point) Calcule o valor de $\text{sen}(63)$ com precisão de quatro casas decimais.

4. (2 points) A série de Fourier é expressa analiticamente como

$$T(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right],$$

encontre a série de Fourier e os coeficientes de Fourier para as seguintes funções:

(a) $h(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{\pi}, & \text{se } 0 < x \leq \pi \\ -1 - \frac{x}{\pi}, & \text{se } -\pi \leq x < 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = x^3, \quad -\pi \leq x \leq \pi$

5. (3 points) Dado que a transformada de Fourier é expressa como $\hat{F}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt$, encontre a transformada de Fourier para as seguintes funções:

(a) $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } |x| < 1 \\ 0, & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$

(c) $\hat{F}\left(e^{-\frac{x^2}{2}}\right) = e^{-\frac{\omega^2}{2}}$