Universidade Federal de Rondônia **Departamento de Física**

Física Matemática I **Name:** ____________________

2016/1

25/05/2016

Data Limite: 25/05/2016 Professor: Ariel Adorno

---

1. Determine o intervalo de convergência das séries de pontências dadas:
   (a) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n+1}$;
   (b) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$
   (c) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2-3}$
   (d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^n}{3^n}$
   (e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^{2n}}$
   (f) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n+1)5^n}$

2. Mostre que a série de Maclaurin é uma forma particular da série de Taylor e que pode ser escrita como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{F(0)}{n!} x^n = f(0) + f^{'}(0)x + \frac{f^{''}(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{'''}(0)}{3!}x^3 + ... + \frac{f^n(0)}{n!}x^n + ...$$

3. Encontre a série de Maclaurin para as seguintes funções:
   (a) $f(x) = e^x$
   (b) $f(x) = sen(x)$
   (c) $f(x) = ln(x)$
   (d) $f(x) = \exp\left(-{}^{1}\!/_{x^2}\right)$

4. Prove que:
   (a) $sen(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
   (b) $cos(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$
   (c) $senh(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

(d) $cosh(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

5. Calcule o valor das funções trigonométricas com a precisão de quatro casas decimais usando a série de Taylor.
   (a) $sen(47^o)$
   (b) $sec(43^o)$
   (c) $tan(46^o)$
   (d) $sen(125^o)$
   (e) $cos(183^o)$
   (f) $cossec(227^o)$

6. Calcule a série de Fourier para as seguintes funções:
   (a) $h(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{\pi}, & 0 < x \le \pi \\ -1 - \frac{x}{\pi}, & -\pi \le x < 0 \end{cases}$
   (b) $h(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le \pi \\ 0, & -\pi \le x < 0 \end{cases}$
   (c) $h(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le -1 \\ x+1, & -1 < x < 0 \\ 1, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$
   (d) $f(x) = |x|, \quad -\pi \le x \le \pi$
   (e) $f(x) = x^3, \quad -\pi \le x \le \pi$

7. Calcule a transformada de Fourier a seguir (em todos os casos, $a > 0$).
   (a) $f(x) = \begin{cases} 1, & se \quad |x| < a \\ 0, & se \quad |x| > a \end{cases}$
   (b) $f(x) = e^{-|x|}$
   (c) $f(x) = \begin{cases} e^{-|x|}, & se \quad |x| < 1 \\ 0, & se \quad |x| > 1 \end{cases}$
   (d) $f(x) = \begin{cases} e^{x}, & se \quad x < 0 \\ 0, & se \quad x > 0 \end{cases}$
   (e) $f(x) = \begin{cases} sen(x), & se \quad |x| < \pi \\ 0, & se \quad |x| > 0 \end{cases}$
   (f) $f(x) = \begin{cases} x^2, & se \quad x < 1 \\ 0, & se \quad x > 0 \end{cases}$
   (g) $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & se \quad x < 1 \\ 0, & se \quad x > 0 \end{cases}$
   (h) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & se \quad |x| < 1 \\ 0, & se \quad |x| > 1 \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{a}, & se \quad |x| < a \\ 0, & se \quad |x| > 0 \end{cases}$

8. Use a transformada de Fourier conhecida e as propriedades operacionais para calcular as funções a seguir.

   (a) $f(x) = \begin{cases} x, & se \quad |x| \leq 1 \\ 0, & se \quad |x| > 1 \end{cases}$

   (b) $f(x) = xe^{-x^2}$

   (c) $f(x) = x^2 e^{-|x|}$

   (d) $f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & se \quad x < 0 \\ 0, & se \quad x > 0 \end{cases}$

   (e) $f(x) = (1 - x^2)e^{-x^2}$

   (f) $f(x) = (1 - x^2)^2 e^{-|x|}$

   (g) $f(x) = xe^{-0.5(x-1)^2}$

   (h) $f(x) = (1 - x)e^{-|x-1|}$