

- (2.0 points) Mostre que o operador gradiente em coordenadas cilíndricas pode ser escrito como: $\nabla = \hat{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\hat{\theta}}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$ e aplicado a uma função escalar: $\nabla \Phi = \hat{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\hat{\theta}}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \hat{k} \frac{\partial \Phi}{\partial z}$
- (2.0 points) Calcule o gradiente e o Laplaciano das funções abaixo.
 - $f(x, y, z) = 2xy + 3\sqrt{y}z^2$
 - $f(\rho, \theta, z) = \frac{\theta z}{\rho^2}$
 - $f(r, \theta, \phi) = r \text{sen}(2\theta) \cos(\phi) + r^2 \text{sen}(2\theta) \text{tg}(\phi)$
- (2.0 points) Calcule o divergente e o rotacional das funções abaixo.
 - $\vec{f}(x, y, z) = 4xyz \hat{i} - \frac{3z^2}{y} \hat{j} + \cos x \hat{k}$
 - $\vec{f}(\rho, \theta, z) = \frac{\rho}{z} \hat{\rho} + \text{sen} \theta \hat{\theta} - \rho z \hat{k}$
 - $\vec{f}(r, \theta, \phi) = \frac{r^3}{\ln \theta} \hat{r} + 2 \cos \phi \hat{\theta}$
- (0.5 points) Mostre que $(x - iy)^2 = x^2 - y^2 - 2ixy$
- (0.5 points) Mostre que $(x + iy)^2(x - iy)^2 = (x^2 + y^2)^2$
- (0.5 points) Mostre que $(x + iy)^n(x - iy)^n = (x^2 + y^2)^n$
- (0.5 points) Represente graficamente os números complexos: $z_1, z_2, z_1 z_2$ e z_1/z_2
 - $z_1 = 3 + 4i; z_2 = \frac{1 - i}{5\sqrt{2}}$
 - $z_1 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}; z_2 = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$
- (1.0 points) Usando o teorema de Cauchy-Riemann, mostre as derivadas cruzadas para as funções abaixo são verdadeiras:
 - $f(z) = z^2$
 - $f(z) = i(z + i)^2$
- (1.0 points) Calcule as integrais abaixo:
 - $g(z) = z^2, \gamma = [2, 4]; [0, 2]$
 - $g(z) = e^z, \gamma = [0, 1]$

¹Prepare o seu coração pras coisas que eu vou contar Eu venho lá do sertão, eu venho lá do sertão Eu venho lá do sertão e posso não lhe agradar. Disparada, Geraldo Vandré, 1962.